

## CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT - JUNIOR

martie 2017

### MATEMATICĂ - proba individuală

#### Clasa a VIII-a

#### SUBIECTUL I :

a. Fie  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $x - 5y + 3 = 0$  și  $x \in [-3; 2]$ . Să se calculeze

$$a = \sqrt{x^2 + y^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5}.$$

b. Fie  $a, b, c$  numere raționale pozitive astfel încât  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ . Arătați că  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \in \mathbb{Q}$ .

**SUBIECTUL II :** Fie expresia  $E(x) = \left( \frac{7x-3}{2x^2-3x+1} + \frac{2}{1-x} \right) : \frac{6x^2+x-1}{x-1}$ ,  $x \in D$ , unde  $D$  este

domeniul maxim de definiție al expresiei.

a. Arătați că  $E(x) = \frac{1}{4x^2-1}$ ,  $x \in D$ .

b. Calculați  $S = E(2) + E(3) + \dots + E(2017)$ .

#### SUBIECTUL III :

Fie  $SABCD$  o piramidă patrulateră regulată.  $AM \perp SB$ ,  $M \in SB$ ,  $BN \perp SC$ ,  $N \in SC$ ,  $CP \perp SD$ ,  $P \in SD$ ,  $DQ \perp SA$ ,  $Q \in SA$  și  $R$  simetricul lui  $N$  față de  $AC$ .

a. Demonstrați că punctele  $B, R, Q, D$  sunt coplanare.

b. Aflați măsura unghiului dintre dreptele  $MP$  și  $RQ$ .

**SUBIECTUL IV :** Fie  $G_1$  și  $G_2$  centrele de greutate ale triunghiurilor  $ACD$ , respectiv  $BCD$ , triunghiuri

situate în plane diferite. Considerăm  $N$  mijlocul segmentului  $[CD]$ ,  $M \in (AB)$  așa încât  $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$  și

$MN \cap AG_2 = \{E\}$ . Demonstrați că  $EG_1 \parallel (BCD)$

Notă: - timp de lucru 3 ore

- fiecare subiect este notat cu 25 de puncte