

CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT - JUNIOR

martie 2017

MATEMATICĂ - proba individuală Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

a) Rezolvați următoarea ecuație în mulțimea numerelor raționale:

$$\frac{x-1}{1} + \frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} + \frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} + \dots + \frac{x-\frac{1}{100}}{\frac{1}{100}} = 10000.$$

b) Determinați numerele \overline{abcd} în baza zece, știind că $\sqrt{abcd} = \overline{ab} + \sqrt{cd}$.

SUBIECTUL II

a) Arătați că $(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})(\sqrt{n} + \sqrt{n-1}) = 1$, $n \geq 1$ și că pentru orice număr natural $n \geq 2$, numărul $\sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ nu este număr natural.

b) Pentru $n > 1$ fixat, determinați numărul întreg k astfel încât $(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})^k = (\sqrt{n} + \sqrt{n-1})^{2017}$.

c) Stabiliți forma numerelor naturale $n \geq 2$ astfel încât suma $S = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$ să fie număr natural.

SUBIECTUL III

În pătratul ABCD, E, F, G și H sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD și DA.

Fie $BH \cap CE = \{M\}$, $DF \cap CE = \{N\}$, $AG \cap DF = \{P\}$, $AG \cap BH = \{Q\}$. Demonstrați că:

a) Patrulaterul MNPQ este pătrat

b) $A_{ABCD} = 5A_{MNPQ}$

c) $A_{MNPQ} = A_{BME} + A_{CNF} + A_{DPG} + A_{AQH}$.

SUBIECTUL IV

Se consideră trapezul ABCD cu $AB \parallel CD$ și $AC \cap BD = \{O\}$. Paralela prin O la bazele trapezului intersectează dreptele AD și BC respectiv în E și F. Demonstrați că $[EF]$ este bisectoare a unghiului $\angle CEB$ dacă și numai dacă trapezul este dreptunghic în A și D.

Notă: - timp de lucru 3 ore

- fiecare subiect este notat cu 25 de puncte.