CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT Junior

martie 2018

SUBIECTE
proba de matematică
clasa a VIII a

SUBIECTUL I

Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$$-21x^2+26xy-8y^2=1.$$

***

SUBIECTUL II

Fie $x_1, x_2, ..., x_{2018}$ numere reale pozitive. Demonstrați că:

a) $E=\dfrac{\left(x_1^2+2016x_1+1\right)\cdot\ ...\ \cdot\left(x_{2018}^2+2016x_{2018}+1\right)}{x_1\cdot x_2\cdot ...\cdot x_{2018}}\geq 2018^{2018}$.

b) Dacă $\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1+x_2}+\dfrac{x_2^2+x_3^2}{x_2+x_3}+...+\dfrac{x_{2018}^2+x_1^2}{x_{2018}+x_1}=x_1+x_2+...+x_{2018}$, arătaţi că $\dfrac{x_1+x_2+x_3+...+x_{2018}}{x_1-x_2+x_3-...+x_{2017}}\in\mathbb{N}$.

SUBIECTUL III

Fie $ABCD$ un tetraedru regulat și punctele $E\in(AC), F\in(AD), G\in(BC)$ astfel încât

$$\frac{AE}{EC}=\frac{2}{3},\ \frac{AF}{AD}=\frac{2}{5},\ \frac{BC}{GC}=\frac{5}{3}\ .$$

a) Demonstrați că $AB\perp CD$.
b) Dacă $AB=15cm$, aflați aria triunghiului EFG.
c) Dacă M este mijlocul segmentului $[CD]$ și N mijlocul segmentului $[AB]$, demonstrați că $MN\perp(EFG)$.

***

SUBIECTUL IV

Fie $ABCD$ un pătrat şi $AM\perp(ABC)$. Punctele E şi F aparţin segmentelor (AD) şi respectiv (BC) astfel încât $AE=ED$ şi $BF=2FC$. Dreapta EF intersectează prelungirea laturii CD în G. Arătaţi că dacă $d(D, MG)=d(A, MG)$ atunci $AM=3AB$.

***

Notă: *Timp de lucru 3 ore.*
Se acordă 25 de puncte pentru fiecare subiect rezolvat corect.