



CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT

martie 2018

SUBIECTE

clasa a XI a- proba de matematică

Subiectul I

Fie $k \geq 2$ un număr natural par fixat și funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{C_k^1 x + C_k^3 x^3 + \dots + C_k^{k-1} x^{k-1}}{C_k^0 + C_k^2 x^2 + \dots + C_k^k x^k}$.

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{n \text{ ori}} \right)(x)$, unde $x \in \mathbb{R}$. ***

Subiectul II

Se consideră matricele $A, B, C \in \mathbf{M}_n(\mathbb{C})$, astfel încât $ABC = I_n$. Să se arate că, dacă matricele

$I_n + A + AB, I_n + B + BC, I_n + C + CA$ sunt inversabile, atunci suma inverselor lor este egală cu I_n .

Subiectul III

Să se calculeze: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n!)^{\frac{1}{n}}} \cdot \log_2 \left(2^n \sqrt{2} + 2^n \sqrt{3} + \dots + 2^n \sqrt{2^n + 1} \right)$ ***

Subiectul IV

Să se determine funcțiile $f: [0,3] \rightarrow [0,1]$ care verifică condițiile:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x^2} \in \mathbb{R}$

ii. $f(3x) + 3f(x) = 4f^3(x), \forall x \in [0,1]$ ***

Notă:

Timp de lucru 3 ore.

Se acordă 25 de puncte pentru fiecare subiect rezolvat corect.