MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN NEAMȚ
COLEGIUL NAȚIONAL DE INFORMATICĂ
Piatra Neamț, Neamț, România, Str. Mihai Viteazu, nr. 12; 610226
Tel/Fax: 00 40 233 227 510; 227 529; 223 252.
http://cni.nt.edu.ro e-mail: cni_pn@yahoo.com
romania2019.eu

# CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT

februarie-martie 2019

## SUBIECTE
## proba de matematică
## clasa a IX-a

**Subiectul I**

Determinaţi funcţiile $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ astfel încât $x^2+2f(xy)+y^2=f^2(x+y),\quad \forall x\in\mathbb{N},\forall y\in\mathbb{N}$ .

**Subiectul II**

a) Fie $x,y,z>0$ trei numere reale cu $x+y+z=1$. Să se arate că $\frac{1+xy}{x+y}+\frac{1+yz}{y+z}+\frac{1+zx}{z+x}\geq 5$ .

b) Să se arate că pentru orice $n\in\mathbb{N}, n\geq 1$ avem:

$$\frac{1}{(1!+2!)^2}+\frac{1}{(2!+3!)^2}+\frac{1}{(3!+4!)^2}+\ldots+\frac{1}{(n!+(n+1)!)^2}\geq\frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+2)!}\right)^2 .$$

**Subiectul III**

Fie triunghiul *ABC* şi *D*,*E*,*F* mijloacele laturilor $[BC]$, $[AC]$ respectiv $[AB]$. Notăm cu *I* centrul cercului înscris în triunghiul *ABC*, *G* centrul de greutate al triunghiului *ABC* şi $I'$ centrul cercului înscris în triunghiul *DEF*. Să se arate că punctele *I*, $I'$ şi *G* sunt coliniare.

**Subiectul IV**

Tangentele în *A* şi *B* la cercul circumscris triunghiului isoscel *ABC*, cu $AC>AB=BC$ se intersectează în punctul *P*, iar mediatoarea lui $[BC]$ taie *BC* în *M* şi *AC* în *N*. Demonstraţi că $\left|\overrightarrow{MP}+2\overrightarrow{BN}\right|=3MN$ .

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat cu 25 puncte.