CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT- JUNIOR

februarie-martie 2019

SUBIECTE
proba de matematică
Clasa a VII-a

Subiectul I

Rezolvați ecuațiile:

a) $\frac{1}{2}|x+1|-3=\left\{\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}-1\right]:(0,4)^{-1}+\frac{1}{2}\right\}:\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot 6^{-1}\right]$, x$\in Z$

b) x^3-7=$\left[200-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\cdots+\frac{100}{101}\right)\right]:\left(\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\frac{5}{4}+\cdots+\frac{102}{101}\right)$, x$\in Q$

Subiectul al II-lea

a) Calculați numărul A și arătați că este rațional:
A=$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}}+\cdots+\frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2023}}{\sqrt{4096575}}$

b) Arătați că $\sqrt{\underbrace{20192019\ldots\ldots2019}_{2019\ de\ 2018\ ori}}\notin N$

Subiectul al III-lea

În triunghiul ΔABD, avem $m(\measuredangle ABD)=90^\circ$, $m(\measuredangle ADB)=30^\circ$. Fie O mijlocul lui (BD). Paralela prin D la AB taie AO în punctul C.

a) Demonstrați că ABCD este paralelogram.
b) Fie M simetricul lui A față de BD și BC $\cap DM=\{P\}$. Demonstrați că $AP\perp DM$
c) Fie $\{Q\}=BD\cap AP$. Stiind că $P_{ABCD}=36$ cm și BD=$6\sqrt{3}$ cm, să se calculeze aria ΔQPD.

Subiectul al IV-lea

Fie *ABCD* un pătrat și două puncte $M\in(DC)$, $N\in(AB)$ astfel încât $MN\|AD$. Se construiesc bisectoarele unghiurilor $\widehat{MNA}$ și $\widehat{MNB}$, care intersectează laturile (*AD*) și (*BC*) în punctele *P* și respectiv *Q*.

a) Demonstrați că $m(\widehat{PMQ})=90^0$.
b) Fie $\{S\}=MA\cap NP$ și $\{T\}=MB\cap NQ$. Demonstrați că $\frac{AS}{SM}+\frac{BT}{TM}=1$.
c) Fie *G* centrul de greutate al ΔMAB. Demonstrați că punctele *S*, *G* și *T* sunt coliniare.

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru : 3 ore

Fiecare subiect este notat cu 25 puncte

CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT- JUNIOR

februarie-martie 2019

BAREME
proba de matematică
Clasa a VII-a

Subiectul I

a) $\left[\left(\frac{9}{4}-1\right):\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right]:\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{1}\cdot\frac{1}{6}\right)=1$……5p

$\frac{1}{2}|x+1|-3=1$……..3p

Finalizare…..$|x+1|=8$, iar $x\in\{-9,\ 7\}$……..2p

b) Se observă că $\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\frac{5}{4}+\cdots+\frac{102}{101}=200-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\cdots+\frac{100}{101}\right)$……..10p

$x^3-7=1\leftrightarrow x=2$……5p

Subiectul al II-lea

a) A=$\left(\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+\cdots.+\left(\frac{1}{\sqrt{2023}}-\frac{1}{\sqrt{2025}}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots$……10p

A=$1-\frac{1}{\sqrt{2025}}=1-\frac{1}{45}=\frac{44}{45}\in Q$……..5p

b)Numărul dat este natural doar dacă $\underbrace{20192019\ldots\ldots..2019}_{2019\ de\ 2018\ ori}$ este pătrat perfect.

Observăm că suma cifrelor numerelor este : S=(2+0+1+9)$\cdot$ 2018 de

unde S=$12\cdot 2018$……..…5p

Cum 2018 nu este divizibil cu 3, avem că S$\vdots$3, dar S nu este divizibilă cu 9, ceea ce

inseamnă ca numărul dat nu este pătrat perfect……5p

Subiectul al III-lea

a) Se demonstrează ca $\Delta ABO\equiv\Delta CDO$……...3p

Din $CD=AB$ și $CD\parallel AB$ rezultă ca $ABCD$ este paralelogram……..3p

b) $AB=BM=DC\Rightarrow AM=2AB$ ……..…2p

$BM\parallel DC$ ……1p

$m(\measuredangle B)=90^\circ$……1p

$\Rightarrow$BDCM dreptunghi……..……1p

P-mijlocul segmentului MD…….……2p

ΔABD-dreptunghic, $\Rightarrow$AD=2AB și AD=AM……..2p

ΔADM-isoscel, AP-mediană $\Rightarrow$ AP$\perp$MD……....1p

c) AB=6cm, AD=12cm ……2p
OP-linie mijlocie in ΔBDM, deci OP=3cm……1p
ΔAMD –echilateral, deci Q-centru de greutate ……..2p
$QD = \frac{2}{3} \cdot BD = 4\sqrt{3}$ cm……..1p
$A_{\Delta QPD} = 6\sqrt{3}\, cm^2$ ……3p

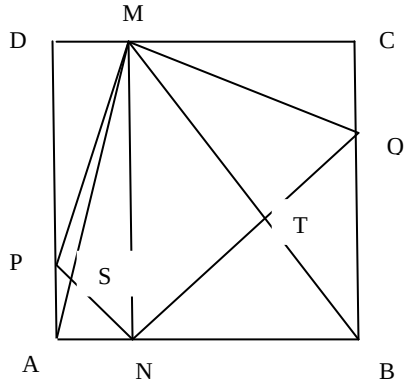
Subiectul al IV-lea

a) ΔAPN și ΔBQN dreptunghice isoscele $\rightarrow [PA] \equiv [AN] \equiv [QC] \equiv [DM]$

$\rightarrow [NB] \equiv [BQ] \equiv [MC] \equiv [PD]$ …..….. 5p

$\Delta DMP \equiv \Delta CQM \rightarrow m(\widehat{DMP}) + m(\widehat{CMQ}) = 90^0$ …… 2p

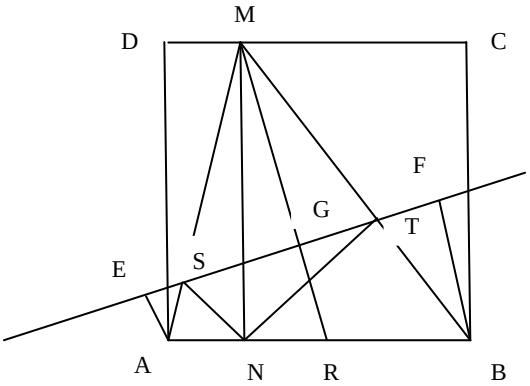
$m(\widehat{PMQ}) = 90^0$ ……..…….. 1p



b) (*NS* bisectoare $\rightarrow \frac{AS}{SM} = \frac{AN}{MN} = \frac{AN}{AB}$ …..…. 3p

(*NT* bisectoare $\rightarrow \frac{BT}{TM} = \frac{NB}{MN} = \frac{NB}{AB}$ ……3p

$\frac{AS}{SM} + \frac{BT}{TM} = 1$ …….... 1p



c) Se consideră *R* mijlocul laturii (*AB*) și $\{G\} = MR \cap ST$

Construim *AE* ‖ *MR*, $E \in ST$ și *BF* ‖ *MR*, $F \in ST$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta ASE \sim \Delta MSG \rightarrow \frac{AS}{SM} = \frac{AE}{MG} \\ \Delta BTF \sim \Delta MTG \rightarrow \frac{BT}{TM} = \frac{BF}{MG} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{AE+BF}{MG} = 1$$ ……. 5p

GR – linie mijlocie în trapezul *BFEA* $\rightarrow GR = \frac{AE+BF}{2}$ …... 3p

MG = 2 *GP* → *G* este centru de greutate al ΔMAB…….. 2p