MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN NEAMȚ
COLEGIUL NAȚIONAL DE INFORMATICĂ
Piatra Neamț, Neamț, România, Str. Mihai Viteazu, nr. 12; 610226
Tel/Fax: 00 40 233 227 510; 227 529; 223 252.
http://cni.nt.edu.ro e-mail: cni_pn@yahoo.com
romania2019.eu

# CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT- JUNIOR

februarie-martie 2019

## SUBIECTE
## proba de matematică – clasa a VIII-a

### SUBIECTUL I

a) Arătați că $\sqrt{xy} \geq \dfrac{2}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}}$, $x, y > 0$.

b) Arătați că $\sqrt{\dfrac{a}{b+c+d}}+\sqrt{\dfrac{b}{a+c+d}}+\sqrt{\dfrac{c}{a+b+d}}+\sqrt{\dfrac{d}{a+b+c}} \geq 2; \quad a,b,c,d > 0$.

### SUBIECTUL II

Fie $a,b,c \in (0;\infty)$ astfel încât $a \cdot b \cdot c = 1$.

a) Arătați că $\dfrac{a^3+a^2}{bc+1} = a^3$.

b) Arătați că $\dfrac{a^3+a^2}{bc+1}+\dfrac{b^3+b^2}{ca+1}+\dfrac{c^3+c^2}{ab+1} \geq 3$.

### SUBIECTUL III

Fie $ABCA'B'C'$ prismă triunghiulară regulată cu $AB = 2x, AA' = x\sqrt{6}$. Arătați că $(A'BC) \perp (C'AB)$.

### SUBIECTUL IV

Fie tetraedrul VABC în care construim $[VM, [VN, [VP$ bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AVB, \sphericalangle BVC, \sphericalangle CVA$, $M \in [AB]; N \in [BC], P \in [AC]$.

a) Să se demonstreze că dreptele $AN, BP$ și $CM$ sunt concurente

b) Dacă în plus $VB = VC$ și $BC \perp (VAN)$ arătați că :

$$A_{NPM} = \frac{1}{4} A_{ABC} \Leftrightarrow \Delta NPM \sim \Delta ABC.$$

**Notă:**
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat cu 25 de puncte.