



## CONCURSUL PROSOFT@NT–JUNIOR

martie 2022

### SUBIECTE clasa a VII-a proba de matematică

1. a) Se consideră  $a = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{101}-\sqrt{100}}{\sqrt{10100}}$ . Determină partea întreagă a numărului  $a$ .

b) Determină numerele reale  $x$  și  $y$  astfel încât :

$$\sqrt{(2x+y-1)^2} + |3x+2y+1| = 0.$$

2. La o petrecere Ioana cunoaște pe toți cei prezenți, pe unii după nume, pe alții după înfățișare. Ea cunoaște după nume și în același timp după înfățișare pe 50% din cei prezenți (afară de ea), după înfățișare pe 80% din cei prezenți (afară de ea), iar după nume cunoaște 63 de persoane (afară de ea). Determină câte persoane au participat la petrecere.

3. Din punctul  $A$ , situat la 13 cm de punctul  $O$ , centrul unui cerc de rază 5 cm se construiesc tangentele la cerc,  $T_1, T_2$  fiind punctele de tangență. Fie punctul  $B$  care aparține segmentului  $AT_1$  și punctul  $C$  care aparține segmentului  $AT_2$ ,  $BT_1 < CT_2$  astfel încât dreapta  $BC$  este tangentă la cerc.

a) Realizează desenul corespunzător.

b) Calculează aria patrulaterului  $AT_1OT_2$ .

c) Calculează perimetrul triunghiului  $ABC$ .

4. Fie punctele  $M, N$  și  $P$  mijloacele laturilor  $AB, BC, AC$  ale triunghiului  $ABC$ . Pe semidreapta  $CM$  se consideră punctul  $D$  astfel încât segmentul  $MD$  congruent cu segmentul  $MC$  și pe semidreapta  $NP$  se consideră punctul  $E$  astfel încât segmentul  $PE$  congruent cu segmentul  $PN$ .

a) Demonstrează că  $AE = \frac{BC}{2}$  și  $AD = BC$ .

b) Demonstrează că punctele  $E, A$  și  $D$  sunt coliniare.

c) Calculează măsura segmentului  $ED$ , dacă lungimile laturilor triunghiului  $ABC, AB, BC$  și  $CA$  sunt invers proporționale respective cu numerele 3, 5, 6 iar semiperimetrul triunghiului  $ABC$  este de 21 cm.

**Notă:** Timp de lucru 3 ore

Se acordă 25 de puncte pentru fiecare subiect rezolvat corect.



**CONCURSUL PROSOFT@NT-JUNIOR**

martie 2022

**Barem**

1. a) Se consideră  $a = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{101}-\sqrt{100}}{\sqrt{10100}}$ . Determină partea întreagă a numărului  $a$ .

b) Determină numerele reale  $x$  și  $y$  astfel încât :

$$\sqrt{(2x+y-1)^2} + |3x+2y+1| = 0.$$

a)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{101}}{\sqrt{10100}} - \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{10100}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{101}}$  ..... 7p

$0 < 1 - \frac{1}{\sqrt{101}} < 1 \Rightarrow [a] = 0$  ..... 3p

b)  $\sqrt{(2x+y-1)^2} = |2x+y-1|$  ..... 3p

$|2x+y-1|, |3x+2y+1|$  pozitive  $\Rightarrow \begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+2y=-1 \end{cases}$  ..... 4p

$\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$  ..... 8p

2. La o petrecere Ioana cunoaște pe toți cei prezenți, pe unii după nume, pe alții după înfățișare. Ea cunoaște după nume și în același timp după înfățișare pe 50% din cei prezenți (afară de ea), după înfățișare pe 80% din cei prezenți (afară de ea), iar după nume cunoaște 63 de persoane (afară de ea). Determină câte persoane au participat la petrecere.

Notăm  $x+1$  numărul de participanți (inclusiv Ioana)

$\frac{x}{2}$  persoane cunoscute după nume și după înfățișare ..... 3p

$63 - \frac{x}{2}$  persoane cunoscute numai după nume ..... 4p

$\frac{8x}{10} - \frac{x}{2} = \frac{3x}{10}$  persoane cunoscute numai după înfățișare ..... 4p

$\frac{x}{2} + 63 - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} = x$  ..... 4p

$\Rightarrow x = 90$  ..... 8p

La petrecere au participat 91 de persoane ..... 2p

3. Din punctul  $A$ , situat la 13 cm de punctul  $O$ , centrul unui cerc de rază 5 cm se construiesc tangentele la cerc,  $T_1, T_2$  fiind punctele de tangență. Fie punctul  $B$  care aparține segmentului  $AT_1$  și punctul  $C$  care aparține segmentului  $AT_2$ ,  $BT_1 < CT_2$  astfel încât dreapta  $BC$  este tangentă la cerc.

a) Realizează desenul corespunzător.

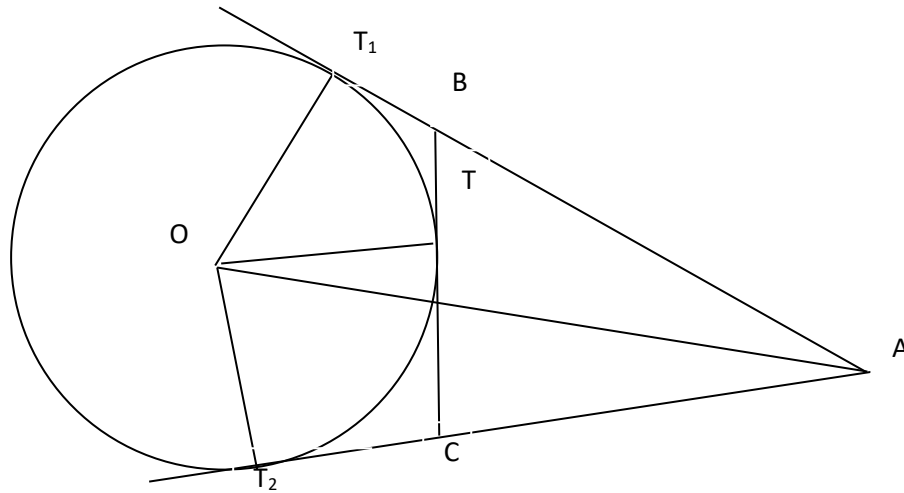
b) Calculează aria patrulaterului  $AT_1OT_2$ .

c) Calculează perimetrul triunghiului  $ABC$ .

CONCURSUL PROSOFT@NT-JUNIOR

martie 2022

a)



..... 4p

b)  $\Delta AT_1O$  dreptunghic în  $T_1$ ,  $\Delta AT_2O$  dreptunghic în  $T_2$  (tangente la cerc)..... 3p

$AT_1 = AT_2 = 12$  cm ..... 3p

Aria  $AT_1OT_2 = 60$  cm<sup>2</sup> ..... 3p

c) Fie  $T$  punctul de tangență a dreptei  $BC$  cu cercul

$BT_1 = BT$ ,  $CT_2 = CT$  ..... 4p

Perimetrul triunghiului  $ABC = AB + BC + AC = AB + BT + TC + CA =$

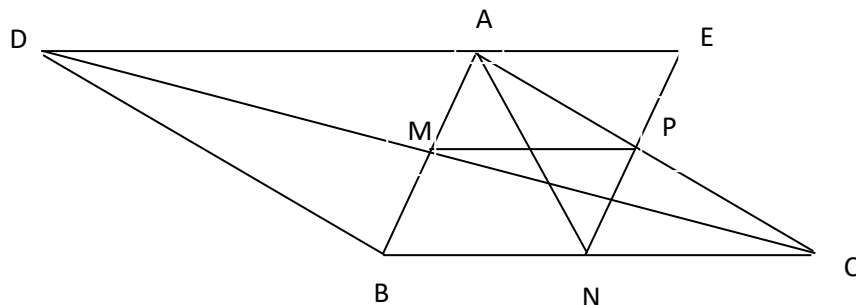
$= (AB + BT_1) + (T_2C + CA) = AT_1 + AT_2 = 24$  cm ..... 8p

4. Fie punctele  $M$ ,  $N$  și  $P$  mijloacele laturilor  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  ale triunghiului  $ABC$ . Pe semidreapta  $CM$  se consideră punctul  $D$  astfel încât segmentul  $MD$  congruent cu segmentul  $MC$  și pe semidreapta  $NP$  se consideră punctul  $E$  astfel încât segmentul  $PE$  congruent cu segmentul  $PN$ .

a) Demonstrează că  $AE = \frac{BC}{2}$  și  $AD = BC$ .

b) Demonstrează că punctele  $E$ ,  $A$  și  $D$  sunt coliniare.

c) Calculează măsura segmentului  $ED$ , dacă lungimile laturilor triunghiului  $ABC$ ,  $AB$ ,  $BC$  și  $CA$  sunt invers proporționale respective cu numerele 3, 5, 6 iar semiperimetrul triunghiului  $ABC$  este de 21 cm.





## CONCURSUL PROSOFT@NT-JUNIOR

martie 2022

- a)  $AECN$  paralelogram,  $ADBC$  paralelogram  $\Rightarrow AE = \frac{BC}{2}$  și  $AD = BC$  ..... 8p
- b)  $AENB$  paralelogram  $\Rightarrow AE \parallel BC$
- $ADBC$  paralelogram  $\Rightarrow AD \parallel BC$  ..... 5p
- $\Rightarrow E, A, D$  coliniare ..... 3p
- c)  $AB \cdot 3 = BC \cdot 5 = CA \cdot 6 = k$  ..... 3p
- $P_{\Delta ABC} = \left(\frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6}\right) \cdot \frac{1}{2} = 21 \Rightarrow k = 60$  ..... 3p
- $\Rightarrow ED = 18 \text{ cm}$  ..... 3p