



**CONCURSUL PROSOFT@NT-JUNIOR**

martie 2023

**SUBIECTE**  
**proba de matematică**  
**clasa a VIII-a**

**Subiectul I**

Fie suma  $S_n = \frac{1}{2^3 - 1^3 - 1} + \frac{1}{3^3 - 2^3 - 1} + \frac{1}{4^3 - 3^3 - 1} + \dots + \frac{1}{(n+1)^3 - n^3 - 1}$ , unde  $n$  este număr natural nenul.

- Calculați suma pentru  $n=3$ .
- Calculați suma pentru  $n=2023$ .

**Subiectul al II-lea**

Fie numerele naturale  $a, b, c, d$  astfel încât  $4^{a-3} + 4^{b+3} \leq 2^{a+b+1}$  și  $9^{c-1} + 9^{d+1} \leq 2 \cdot 3^{c+d}$ .  
Arătați că  $(2^a \cdot 3^c + 2^b \cdot 3^c + 2^a \cdot 3^d + 2^b \cdot 3^d) : 670$ .

**Subiectul al III-lea**

Fie cubul  $ABCD A'B'C'D'$  și  $Q$  un punct pe segmentul  $A'C$  astfel încât  $\frac{QC}{QA'} = \frac{1}{2}$ .  $S$  este mijlocul lui  $A'D$ , iar  $T$  este mijlocul lui  $D'C$ . Dacă  $a$  este valoarea cosinusului unghiului dintre dreptele  $D'C$  și  $C'Q$ , iar  $b$  este valoarea tangentei unghiului dintre dreapta  $TQ$  și planul  $(ABC)$ , arătați că  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 4$ .

**Subiectul al IV-lea**

Fie  $ABCD A'B'C'D'$  un cub și  $M$  mijlocul muchiei  $C'D'$ . Dacă distanța dintre dreptele  $AD$  și  $BM$  este egală cu  $a\sqrt{5}$  cm, determinați lungimea muchiei cubului.

*Notă: Toate subiectele sunt obligatorii*

*Timpul de lucru este de 3 ore.*

*Se acordă jumătate de oră pentru familiarizarea cu subiectele*