



CONCURSUL PROSOFT@NT–JUNIOR

martie 2023

SUBIECTE

proba de matematică

clasa a VII-a

SUBIECTUL I

Se consideră numerele $a = \sqrt{65 + 4\sqrt{61}} + \sqrt{70 + 6\sqrt{61}}$ și $b = \sqrt{65 - 4\sqrt{61}} + \sqrt{70 - 6\sqrt{61}}$.

- a) Arătați că $65 + 4\sqrt{61} = (\sqrt{61} + 2)^2$.
- b) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: $[a - b] = [a] - [b]$.
- c) Comparați numerele $\{a\}$ și $\{b\}$.

Am notat cu $[x]$ partea întreagă a lui x și cu $\{x\}$ partea fracționară a lui x .

SUBIECTUL II

Arătați că ecuația:

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1011}} + \frac{1}{\sqrt{2022 - x} + \sqrt{1011}} = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{2022 - x}}$$

are 2023 de soluții numere întregi.

SUBIECTUL III

Fie pătratul $ABCD$, în care E și F sunt mijloacele laturilor AB , respectiv BC .

Notăm $CE \cap DF = \{M\}$ și $AM \cap BC = \{N\}$. Arătați că:

- a) $CE \perp DF$;
- b) $AD \equiv AM$;
- c) N este mijlocul segmentului CF .

SUBIECTUL IV

Se consideră trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$ și $2AB = 3CD$.

Paralelele la AD prin C și prin mijlocul P al laturii CD intersectează latura AB în N , respectiv M .

Fie $\{G\} = MC \cap PN$, $\{K\} = DN \cap PM$, $\{E\} = AP \cap BC$ și $\{F\} = BP \cap AD$.

Arătați că:

- a) Dreptele EG și FK se intersectează pe latura AB ;
- b) Dreptele EF și AB sunt paralele și $AB = 2EF$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Timpul de lucru este de 3 ore.

Se acordă jumătate de oră pentru familiarizarea cu subiectele