CONCURSUL PROSOFT@NT–JUNIOR
martie 2023

Barem de corectare și notare
clasa a VI-a

Subiectul 1. $\overline{aabb}=1100\cdot a+11\cdot b=11\cdot\left(100\cdot a+b\right)=11\cdot\overline{a0b}$ .... 3p.

$\overline{aabb}$ are cel mai mic număr de divizori dacă numărul $\overline{a0b}$ este număr prim ....2p.

Cel mai mic număr prim de forma $\overline{a0b}$ este 101, deci numărul este 1111 ....1p.

Cel mai mare număr prim de forma $\overline{a0b}$ este 907, deci numărul este 9977 ....1p.

Subiectul 2.

$$\frac{a}{b+2023c}=\frac{b}{c+2023a}=\frac{c}{a+2023b}=\frac{a+b+c}{2024(a+b+c)}=\frac{1}{2024}\Rightarrow\begin{cases}b+2023c=2024a\\c+2023a=2024b\\a+2023b=2024c\end{cases}$$

..........3p.

Presupunem $a\geq b$

$$\left.\begin{aligned}&b+2023c=2024a\\&2024a\geq 2024b\end{aligned}\right\}\Rightarrow 2023c\geq 2023b\Rightarrow c\geq b\Rightarrow 2024c\geq 2024b\Rightarrow$$

$2024c\geq c+2023a\Rightarrow 2023c\geq 2023a\Rightarrow c\geq a\Rightarrow 2024c\geq 2024a\Rightarrow$ ....3p.

$a+2023b\geq 2024a\Rightarrow 2023b\geq 2023a\Rightarrow b\geq a$

Din $a\geq b$ și $b\geq a$ obținem $a=b$

Înlocuim în una dintre relațiile găsite mai sus și obținem $a = b = c$, deci triunghiul este echilateral.

..........1p

Subiectul 3.

Barem:

a) $\Delta BAB'\equiv\Delta DED'$ $\left(AB\equiv DE, BB'\equiv DD', C.I.\right)\Rightarrow S\,A\equiv S\,E$ ....1p.

$\Delta CAN\equiv\Delta CEP$ $\left(CA\equiv CE, S\,A\equiv S\,E, I.U.\right)$,

unde $CN\perp AM, N\in AM$ şi $CP\perp EM, P\in EM$ ....1p.

$\Rightarrow CN\equiv CP\Rightarrow d(C,MA)=d(C,ME)$ . ...1p.

b) demonstrarea faptului că $B'O\equiv D'O$ ....1p.

$\Delta OMB'\equiv\Delta OMD'\Rightarrow S\,OMB'\equiv S\,OMD'$ deci (MO este bisectoarea $S\,AME$ .....1p.

demonstrarea faptului că (MC este bisectoarea $S\,AME$ ....1p.

Concluzia. ....1p.

Subiectul 4.

a) Demonstrarea faptului că 401 este număr prim ....2p.

b)

i) la o *schimbare* cardinalul mulțimii se micșorează cu 1, deci la 5 schimbări se micșorează cu 5
card M=1012, deci după 5 *schimbări* cardinalul va fi maxim 1007 .... 2p.

ii) după 1010 *schimbări* în mulțimea M mai rămân maxim 2 elemente ....1p.

Prespunem că cele două numere sunt pătrate perfecte, deci și produdul lor va fi pătrat perfect

Deci p=1·3·5·...·2023 ar trebui să fie pătrat perfect

În produsul p, factorul prim 401 apare la 401 la 1203(401·3) și la 2005(401·5), deci $p = 401^3 \cdot n$ și n nu se divide cu 401, și cum 401^3 nu este pătrat perfect, obținem că p nu este pătrat perfect.

Deci cele două numere nu pot fi ambele pătrate perfecte. ....2p.