CONCURSUL PROSOFT@NT–JUNIOR

februarie – martie 2024

BAREM

Proba de matematică

Clasa a V-a

Subiect I

Se dau numerele $a = [3^{121} : 9^{60} + (5^2)^3 : (5^2)^2] : 2^2$

$b = 10^2 : \{23 + 34 : [(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 17^0 \cdot 1^{2024}]\}$

a) Aratati ca a^b este patrat perfect.

b) Aratati ca $a + b + 1717$ este cub perfect.

Soluție:

a=7	2p
b=4	2p
a^b=49^2 patrat perfect	1p
a+b+11=1728=12^3	2p

Subiect II:

Se da șirul de numere naturale: 4, 14, 24, 34, ...

a) Verificați daca numărul 2024 face parte din sir. In caz afirmativ, precizați al câtelea termen al șirului este.

b) Arătați ca suma primilor 200 de termeni este divizibila cu 37.

Soluție:

$a)\ (10 \cdot 0 + 4); (10 \cdot 1 + 4);\ (10 \cdot 2 + 4); \dots.. (10 \cdot n + 4)$	2p
$10 \cdot n + 4 = 2024, n = 202$	
Deci 2024 este termen al șirului. Numărul 2024 este al 203 -lea termen al șirului	1p
$b)\ (10 \cdot 0 + 4) + (10 \cdot 1 + 4) + (10 \cdot 2 + 4) + \dots + (10 \cdot 199 + 4) =$ $10 \cdot (0 + 1 + 2 + .. + 199) + 4 \cdot 200 = 10 \cdot \frac{199 \cdot 200}{2} + 800 = 199800$	3p
199800:37=5400, Deci 199800 este divizibil cu 37	1p

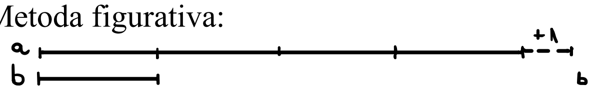
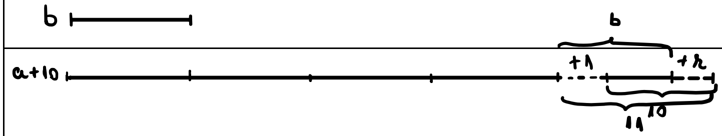
CONCURSUL PROSOFT@NT–JUNIOR

februarie – martie 2024

Subiect III:

La o împărțire de numere naturale se obține catul 4 si restul 1. Daca mărim deîmpărțitul cu 10 si refacem împărțirea, catul devine 5. Determinați numerele inițiale.

Solutie:

$a: b = 4 \, rest$ 1, a=4b+1, $b<1$ (a+10):b=5 rest r 4b+1+10=5b+r, deci b+r=11, $r<b$, $\Rightarrow 11<2b$, , $\Rightarrow b\geq 6$	4p
b+r=11, $r<b$, b=6, r=5, a=25 b=7, r=4, a=29 b=8, r=3, a=33 b=9, r=2, a=37 b=10, r=1, a=41 b=11, r=0, a=45	3p
sau Metoda figurativa:  	4p
 b+r=11, $r<b$, b=6, r=5, a=25 b=7, r=4, a=29 b=8, r=3, a=33 b=9, r=2, a=37 b=10, r=1, a=41 b=11, r=0, a=45	3p

Subiect IV

Determinați numerele $A = \overline{abcd}$ cu proprietatea ca suma cifrelor numărului A este de trei ori mai mare decât suma cifrelor numărului A+1.

Soluție:

Daca d<9, atunci $\boldsymbol{A+1=\overline{abcx}}$, x=d+1, x=cifra	2p
a+b+c+d=3(a+b+c+d+1), fals. Deci, d=9	
Daca d=9 si c<9, atunci $\boldsymbol{A+1=\overline{aby0}}$, unde y=c+1, y=cifra	2p
a+b+c+9=3(a+b+c+1)⇒ $\boldsymbol{a+b+c=3}$	
Numerele sunt: 3009; 2109; 2019; 1209; 1029; 1119	2p
Daca d=c=9 nu sunt soluții.	1p

Nota: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 2,5 ore.