CONCURSUL PROSOFT@NT–JUNIOR

martie 2025

BAREME CLASA A VI-A
proba de matematică

Problema 1

Determinați numerele de două cifre $\overline{ab}$ cu proprietatea $36\ /\ \left(\overline{ab2}+\overline{a5b}\right)$.

Barem

Se acordă **2 puncte** din oficiu

$\overline{ab2}+\overline{a5b}=200a+11b+52$ **... 1p.**

$36\ /\ \left(\overline{ab2}+\overline{a5b}\right)\Rightarrow 4\ /\ 200a+11b+52$, dar $4/200a$ și $4/52$, deci $4/11b$ **... 1p.**

$4/11b$ și $(4,11)=1\Rightarrow 4/b$ și cum b este cifră$\Rightarrow b\in\{0,4,8\}$ **... 1p.**

$36\ /\ \left(\overline{ab2}+\overline{a5b}\right)\Rightarrow 9\ /\ 200a+11b+52$ și $9/198a$, $9/9b$ și $9/45$

$\Rightarrow 9/(2a+2b+7)\Rightarrow 2a+2b+7\in\{9,18,27,36\}$ **... 2p.**

$b=0\Rightarrow a=1\Rightarrow\overline{ab}=10$, $b=4\Rightarrow a=6\Rightarrow\overline{ab}=64$, $b=8\Rightarrow a=2\Rightarrow\overline{ab}=28$ care verifică datele problemei **... 3p.**

Problema 2

Se consideră numerele naturale *x, y, z* și numerele prime *a, b, c* astfel încât numerele $x+y$, $y+z$, $z+x$ sunt direct proporționale cu *a, b, c* și numerele *a, b, c* sunt invers proporționale cu 10, 6, 15. Determinați numerele x, y, z știind că suma lor este egală cu 20.

Barem

Se acordă **2 puncte** din oficiu

(a,b,c) i.p. $(10,6,15)\ \Rightarrow\ 10a=6b=15c$ **... 1p.**

$10a=6b\ \Rightarrow\ 5a=3b\ \Rightarrow\ 3b\ \vdots\ 5\ \Rightarrow\ b\ \vdots\ 5\ \Rightarrow\ b=5$ **... 2p.**

$b=5\ \Rightarrow\ a=3\ \Rightarrow\ c=2$ **... 1p.**

$(x+y, y+z, z+x)$ d.p. $(3,5,2)\ \Rightarrow\ \frac{x+y}{3}=\frac{y+z}{5}=\frac{z+x}{2}=\frac{x+y+z}{5}=4$ **... 1p.**

$x+y+z=20$

$x+y=12\ \Rightarrow\ z=8$ **... 1p.**

$y+z=20\ \Rightarrow\ x=0$ **... 1p.**

$z+x=12\ \Rightarrow\ y=12$ **... 1p.**

Problema 3

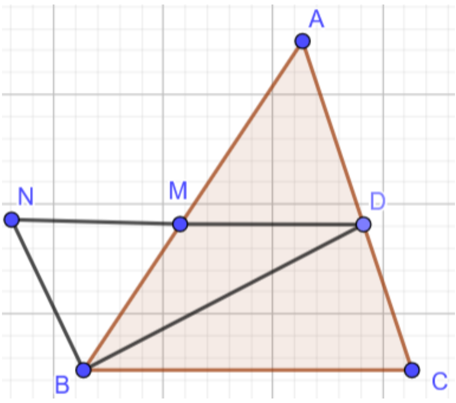
Se consideră triunghiul oarecare ABC, în care se construiește bisectoarea BD, cu $D \in AC$. Prin punctul D se construiește dreapta MD, $M \in AB$, MD paralelă cu BC. Se consideră punctul N simetricul lui D față de M.

a) Să se demonstreze că ΔBMD este isoscel.

b) Să se determine măsura unghiului $\widehat{DBN}$.

Barem

Se acordă **2 puncte** din oficiu



... 1p.

a)

$$\left.\begin{aligned} BD \text{ bisectoare } &\Rightarrow \widehat{CBD} \equiv \widehat{DBM} \\ BC \text{ paralelă } cu\ MD, BD \text{ secantă } &\Rightarrow \widehat{CBD} \equiv \widehat{MDB} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta BMD \text{ isoscel}$$ **... 2p.**

b)

ΔBMD isoscel $\Rightarrow \left(\widehat{MBD}\right) = \left(\widehat{MDB}\right) = x^0 \Rightarrow \left(\widehat{BMN}\right) = 2x^0$ (unghi exterior) **... 2p.**

N – simetricul lui D față de M $\Rightarrow NM \equiv MD \equiv BM \Rightarrow \Delta NMB$ isoscel **... 1p.**

$\Rightarrow \left(\widehat{NBM}\right) = (90 - x)^0 \Rightarrow \left(\widehat{NBD}\right) = 90^0$ **... 2p.**

CONCURSUL PROSOFT@NT–JUNIOR

martie 2025

Problema 4

Considerăm triunghiul dreptunghic isoscel ABC, $\sphericalangle A = 90°$ și punctele M și N situate în interiorul triunghiului astfel încât $(BM$ și $(BN$ împart unghiul ABC în trei unghiuri congruente, respectiv $(CM$ și $(CN$ împart unghiul ACB în trei unghiuri congruente. Punctul N este situat în interiorul triunghiului MBC.

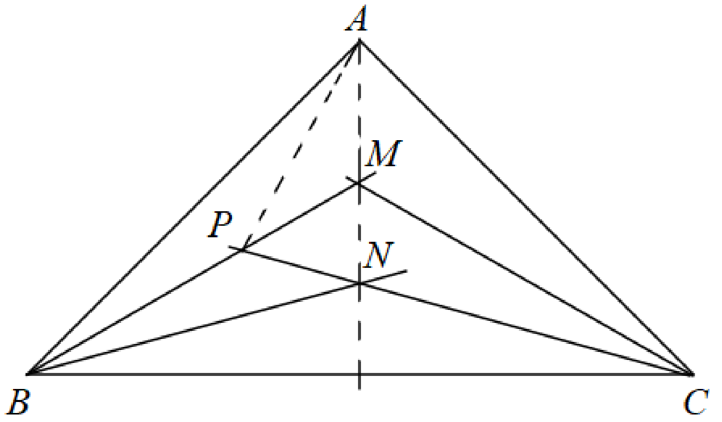
a) Demonstrați că MN este bisectoarea unghiului BMC.

b) Demonstrați că punctele A, M și N sunt coliniare.

c) Dacă punctul P este intersecția dreptelor BM și CN, demonstrați că triunghiul CAP este isoscel.

Barem

Se acordă **2 puncte** din oficiu



.... 1p.

a) BN și CN sunt bisectoare în ΔMBC, deci N este punctul de intersecție al bisectoarelor triunghiului, deci MN bisectoarea $\sphericalangle BMC$ **.... 2p.**

b) $\sphericalangle MBC \equiv \sphericalangle MCB\,(30°) \Rightarrow \Delta MBC$ isoscel, deci $MB \equiv MC$,

$\sphericalangle NBC \equiv \sphericalangle NCB\,(15°) \Rightarrow \Delta NBC$ isoscel, deci $NB \equiv NC$,

$MB \equiv MC$, $NB \equiv NC$ și $AB \equiv AC$, deci punctele A, M și N sunt pe mediatoarea segmentului BC **.... 3p.**

c) În ΔMBC: $\sphericalangle BMC = 180° - 2 \cdot 30° = 120°$; $\sphericalangle AMC = 180° - 120° : 2 = 120°$

$\Delta AMC \equiv \Delta PMC\,(ULU) \Rightarrow AC \equiv PC$, deci ΔCAP este isoscel. **.... 2p.**