

CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT
martie 2025**SUBIECTE**
proba de matematică
Clasa a X a

1. Arătați că nu există $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_3} + \frac{z_3}{z_1} = 3i$.
2. a) Să se arate că $(a+b)\lg\left(\frac{a+b}{2}\right) \geq b\lg a + a\lg b$, pentru orice $a, b \in (1, \infty)$.
b) Fie $a, b \in (0, 1)$, cu $a^2 + b^2 = 1$. Să se arate că $a\lg a + b\lg b + (a+b)\lg(a+b) \leq 0$.
3. Să se arate că pentru orice număr natural $n \geq 2$ ecuația $2^{n-1}(z^n + 1) = (z + 1)^n$ are toate rădăcinile de același modul.
4. Spunem că o funcție $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ are proprietatea P dacă $f\left((f(x))^2 + f(y)\right) = xf(x) + f(y)$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$.
a) Dați exemplu de o funcție f cu proprietatea P pentru care $0 < f(2025) < 2026$.
b) Există funcții f cu proprietatea P, pentru care $f(2025) \geq 2026$? Justificați răspunsul!

NOTĂ :

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp de lucru 3 ore.
3. Se acordă 30 minute pentru familiarizarea cu subiectele

CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT

martie 2025
