

CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT
martie 2026

SUBIECTE SI BAREME - matematică
proba interdisciplinară

Problema 1:

Rezolvați ecuația: $x! + y! + z! = 2^{t!}$, $x, y, z, t \in \mathbb{N}^*$.

Soluție:

Fără a restrânge generalitatea presupunem că $x \geq y \geq z$. Ecuația devine:

$$z! \cdot (x(x-1)\dots(z+1) + y(y-1)\dots(z+1) + 1) = 2^{t!}.$$

Dacă $z \geq 3$ rezultă $M_3 = 2^{t!}$ (fals). Deci $z = 1$ sau $z = 2$ 10p

Cazul $z = 1$: Ecuația devine $x! + y! = 2^{t!} - 1 \Leftrightarrow y! \cdot (x(x-1)\dots(y+1) + 1) = 2^{t!} - 1$.

Dacă $y \geq 2$ atunci $M_2 = 2^{t!} - 1$ (fals). Deci $y = 1$ și ecuația devine $x! = 2 \cdot (2^{t!-1} - 1)$.

Dacă $x \geq 4 \Rightarrow M_8 = 2 \cdot (2^{t!-1} - 1)$, fals. Deci x poate fi 1, 2 sau 3.

$$x = 1 \Rightarrow 1 + 1 + 1 = 2^{t!} \quad (\text{fals})$$

$$x = 2 \Rightarrow 2 + 1 + 1 = 2^{t!} \Rightarrow t = 2 \dots\dots\dots 10p$$

$$x = 3 \Rightarrow 6 + 1 + 1 = 2^{t!} \quad (\text{fals})$$

Cazul $z = 2$: Ecuația devine $x! + y! = 2^{t!} - 2 \Leftrightarrow y! \cdot (x(x-1)\dots(y+1) + 1) = 2 \cdot (2^{t!-1} - 1)$.

Dacă $y \geq 4$ atunci $M_8 = 2 \cdot (2^{t!-1} - 1)$, fals. Deci y poate fi 1, 2 sau 3.

1) $y = 1 \Rightarrow x! = 2^{t!} - 3$. Dacă $x \geq 2$ rezultă $M_2 = 2^{t!} - 3$, fals. Deci $x = 1$ și rezultă $t = 2$.

2) $y = 2 \Rightarrow x! = 2^{t!} - 4 \Leftrightarrow x! = 4 \cdot (2^{t!-2} - 1)$. Dacă $x \geq 4$ rezultă $M_8 = 4 \cdot (2^{t!-2} - 1)$, fals.
Deci x poate fi 1, 2 sau 3 care duc la contradicții.

3) $y = 3 \Rightarrow x! = 2^{t!} - 8$. Rezultă $t \geq 4$ și $x! = 8 \cdot (2^{t!-3} - 1)$. Dacă $x \geq 6 \Rightarrow M_2 = 2^{t!-3} - 1$, fals.

Deci x poate fi 1, 2, 3, 4 sau 5 care duc la contradicții.....10p

Deci $(x, y, z, t) \in \{(2, 1, 1, 2), (1, 2, 1, 2), (1, 1, 2, 2)\}$ 20p

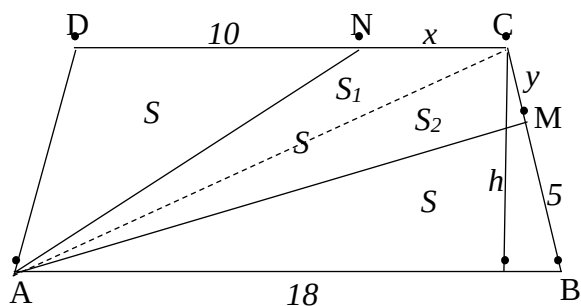
CONCURSUL PLURIDISCIPLINAR PROSOFT@NT

martie 2026

Problema 2:

Se consideră $ABCD$ trapez isoscel, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AB = 18\text{cm}$ și punctele M și N pe laturile BC , respectiv DC astfel încât $DN = 10\text{ cm}$, $NC = x\text{ cm}$, $CM = y\text{ cm}$ și $MB = 5\text{ cm}$. Aflați x și y , știind că suprafețele ADN , $ANCM$ și AMB au aceeași arie.

Soluție:



desen.....10p

Notăm $A_{[ADN]} = A_{[ANCD]} = A_{[AMB]} = S$ și cu h înălțimea trapezului.

$$S = \frac{h \cdot 10}{2} \text{ și } 3S = \frac{(10 + x + 18) \cdot h}{2}. \text{ Avem egalitățile: } \frac{S}{h} = 5 \text{ și } \frac{S}{h} = \frac{28 + x}{6},$$

de unde $x = 2\text{ cm}$ 20p

Fie $A_{[ANC]} = S_1$ și $A_{[ACM]} = S_2$. Evident $S = S_1 + S_2$.

Se observă ușor că $\frac{S_1}{S} = \frac{x}{10}$ și $\frac{S_2}{S} = \frac{y}{5}$.

De aici găsim $\frac{S_1 + S_2}{S} = \frac{x + 2y}{10}$, de unde $x + 2y = 10$. În final $y = 4\text{ cm}$ 20p